

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Мордовский Государственный университет им. Н. П. Огарёва

Устройства приема и обработки сигналов
Устройства генерирования и формирования сигналов

Колебательные контуры

Методическая разработка

Саранск
Издательство мордовского университета
2015

УДК 621.372.632(076)

Составители: В. М. Бардин, А. В. Брагин

Рецензент – кандидат технических наук доцент Н. Н. Беспалов

Устройства приема и обработки сигналов. Устройства генерирования и формирования сигналов. Колебательные контуры: Метод. разработка / сост.: В. М. Бардин, А. В. Брагин. – Саранск: Изд-во Мордов. Ун-та, 2015. – 15 с.

Рассмотрены вопросы, связанные с изучением отдельных разделов курсов «Устройства приема и обработки сигналов», «Устройства генерирования и формирования сигналов».

Предназначено для студентов специальности «Радиотехнические комплексы и системы», но может быть полезно и студентам других специальностей при изучении курса радиотехники.

© Бардин В.М., Брагин А.В., 2015

© Оформление. Издательство Мордовского университета, 2015

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРОВ

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ – собственная частота колебаний в контуре;

$T_0 = \frac{1}{f_0}$ – период колебаний в контуре;

$\lambda = cT = \frac{c}{f}$ – длина волны;

$W_L = \frac{LI_m^2}{2}$ – энергия магнитного поля катушки;

$W_C = \frac{CU_m^2}{2}$ – энергия электрического поля конденсатора;

$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ – волновое сопротивление контура;

$d = \frac{1}{Q}$ – затухание в контуре;

$\Delta f = f_r - f_0$ – абсолютная расстройка;

$\xi = \frac{\Delta f}{f_0}$ – относительная расстройка;

$\Pi = 2\Delta f = \frac{f_0}{Q} = f_0 d$ – ширина полосы пропускания;

АЧХ – амплитудно-частотная характеристика;

ФЧХ – фазо-частотная характеристика.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое издание является продолжением серии подобных изданий, предназначенных для студентов специальности «Радиотехнические комплексы и системы», изучающих курс «Устройства приема и обработки сигналов» и «Устройства генерирования и формирования сигналов». Рассматриваются принципы работы колебательных контуров, которые являются основными узлами радиоприемных и передающих устройств.

Содержание этого издания отражает основные разделы лекционного курса, дополняет, но не заменяет его. Предполагается, что студенты будут использовать их при подготовке к выполнению соответствующих лабораторных работ и подготовке к экзамену.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В радиотехнике используются электромагнитные колебания высокой частоты. Создаются такие колебания электрическими колебательными системами, которые широко применяются при передаче и приеме радиосигналов, их обработке и преобразовании.

В современной радиотехнике используются различные электрические колебательные системы. Наиболее простая из них — колебательный контур.

Колебательным контуром называют электрическую цепь, состоящую из соединённых между собой емкости C и индуктивности L (рис. 1). Реальный колебательный контур, кроме емкости и индуктивности, содержит активное сопротивление R , обусловленное потерями энергии в контуре.

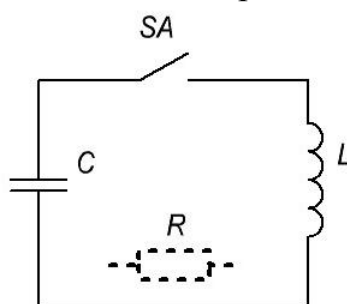


Рис. 1. Схематическое изображение колебательного контура

В приемном устройстве колебательный контур определяет частотную избирательность приемника и может использоваться в следующих узлах: входной цепи, усилителя высокой частоты, в преобразователе частоты.

В передающих устройствах колебательные контуры и применяются в автогенераторах, усилителях, множителях частоты и других узлах.

2. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ

2.1. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ИДЕАЛЬНОМ LC КОНТУРЕ.

Допустим, что имеется конденсатор, заряженный до напряжения U_m . Энергия заряженного конденсатора $W_{\text{э}} = CU_m^2/2$. Если к конденсатору через ключ K подключить катушку индуктивности (без потерь), то в образовавшейся электрической цепи потечет ток, конденсатор будет разряжаться, а вокруг катушки образуется магнитное поле. Поскольку поле в катушке будет нарастающим то ЭДС самоиндукции будет препятствовать нарастанию тока и магнитного поля, поэтому заряд конденсатора и нарастание тока в цепи произойдет не мгновенно, а за определенное время. Постепенно конденсатор разрядится и вся энергия из электрической перейдет в магнитную $W_m = LI_m^2/2$. Если потери в цепи отсутствуют то $W_{\text{э}} = W_m$.

Далее поле катушки начинает убывать, на ее выводах наводится ЭДС и конденсатор начнет заряжаться с противоположным знаком. После полного заряда конденсатора, он вновь начинает разряжаться и процесс повторяется. Поскольку потери в цепи отсутствуют, общий запас энергии остаётся постоянным, а амплитуда колебаний неизменной.

Такие колебания в LC контуре называются незатухающими гармоническими колебаниями. Ток в контуре изменяется по синусоидальному закону с частотой ω_0

$$i = I_m \sin \omega_0 t, \quad (1)$$

$$\text{где } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, T_0 = \frac{1}{f_0}$$

С частотой f (или периодом колебаний T) связана длина волны λ . Строго говоря, волны в контуре не возникают, там циркулирует электрический ток. Однако в радиопередающем устройстве энергия из колебательного контура передается в антенну с помощью, которой преобразуется в энергию электромагнитной волны. Длина волны определяется формулой:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}, \quad (2)$$

где λ - длина волны в метрах,

c - скорость распространения электромагнитной энергии в пространстве м/с (300000км/с),

T - период колебаний, с

f - частота колебаний, Гц

Чем выше частота колебаний, тем короче длина волны.

Одним из параметров контура является его **волновое (характеристическое) сопротивление**. Оно определяет соотношение между напряжением на контуре и током в нем при свободных колебаниях. Это соотношение можно установить из равенства энергии электрического поля конденсатора и энергии магнитного поля катушки.

$$W_C = W_L, \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \quad (3)$$

Решив это уравнение относительно I_m , получим:

$$I_m^2 = \frac{CU_m^2}{L} \text{ или } I_m = \frac{U_m}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{U_m}{\rho} \quad (4)$$

Выражение $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ имеет размерность сопротивление и называется волновым сопротивлением контура.

При синусоидальном токе в контуре индуктивное сопротивление катушки равно

$$X_L = \omega_0 L \quad (5)$$

если $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, то

$$X_L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad (6)$$

Ёмкостное сопротивление конденсатора равно

$$X_C = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}} C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad (7)$$

Таким образом, волновым сопротивлением контура в режиме свободных колебаний является X_L или X_C .

Реальный контур всегда содержит активное сопротивление, в котором безвозвратно расходуется на тепло часть энергии контура. Вследствие этого количество энергии в контуре уменьшается и колебания затухают. Амплитуда колебаний убывает по экспоненциальному закону (рис.2)

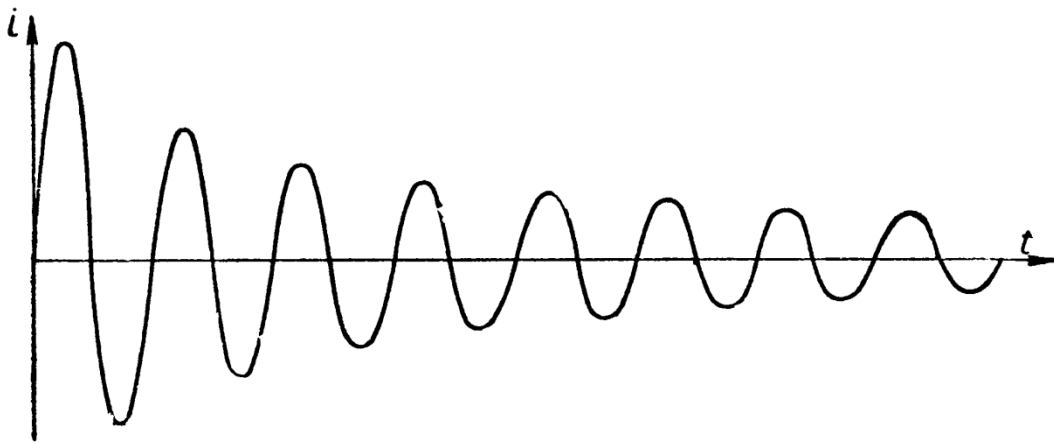


Рис.2 Характер колебательного процесса в контуре с потерями

Параметр, характеризующий скорость таких затуханий и длительность процесса, называется **добротность контура Q**

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{L}}{R\sqrt{C}} \quad (8)$$

где R- сопротивление потерь в контуре.

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} \quad (9)$$

Чем меньше сопротивление потерь в контуре, тем выше добротность контура.

Потери энергии в контуре происходят в основном в активном сопротивлении катушки, поэтому добротность контура определяется добротностью катушки. Добротность контуров среднего качества обычно составляет несколько десятков единиц.

Величину обратную добротности называют **затуханием**:

$$d = \frac{1}{Q} \quad (10)$$

Экспериментально величину добротности можно оценить по числу полных периодов колебаний от их начала до полного исчезновения (или до снижения амплитуды колебаний до определённого установленного уровня)

2.2. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ LC КОНТУРЕ

Свободные колебания в контуре, из-за потерь энергии являются затухающими. В радиотехнике используются, как правило, незатухающие колебания. Для их получения необходимо непрерывно пополнять энергию контура, чтобы компенсировать потери. Для этого к контуру подключается генератор переменного тока.

Рассмотрим процессы происходящие в последовательном колебательном контуре, при включение в его цепь внешнего генератора (рис.3)

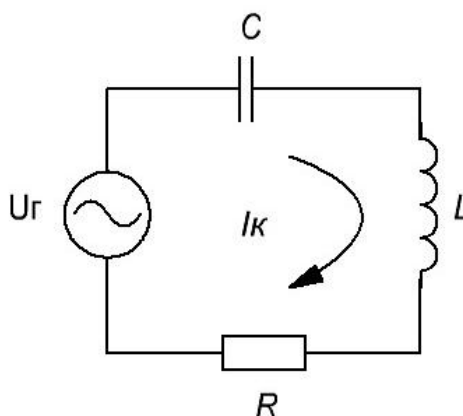


Рис.3. Колебательный контур с принудительным возбуждением.

Под действием переменного напряжения генератора в электрической цепи протекает переменный ток.

$$I_k = \frac{U_\Gamma}{Z_k} = \frac{U_\Gamma}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (11)$$

Если частота генератора $f\Gamma$ совпадает с частотой собственных (свободных) колебаний f_0 , то наступает резонанс. Сопротивление контура становится чисто активным и равным R , а ток $I_{рез} = U_\Gamma / R$

Ввиду активного сопротивления контура ток в нем совпадает по фазе с напряжением генератора, а напряжение на сопротивлении R становится равным напряжению генератора

$$U_R = I_{рез} R = U_\Gamma \quad (12)$$

При малых значениях R ток в контуре может достигать очень больших величин. Из выражения (11) следует, что индуктивное сопротивление катушки при резонансе в Q раз превышает активное сопротивление контура.

То же самое, можно сказать и о величине емкостного сопротивления конденсатора, т.е.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = QR \quad (13)$$

Поскольку контурный ток протекает через катушку и конденсатор, то напряжения на них будут в Q раз больше напряжения на активном сопротивлении R , т.е. больше напряжения генератора. В этом и состоит сущность резонанса напряжений. Этот эффект широко используется в радиотехнических устройствах.

Резонансная кривая последовательного контура.

Свойства контура удобно оценивать с помощью резонансной кривой. Величина тока в контуре зависит от напряжения генератора и полного сопротивления контура, определяться выражением (11). Полное сопротивление контура величина переменная, т.к. X_L X_C зависят от частоты. При резонансе полное сопротивление контура равно активному сопротивлению R . При частоте ниже резонансной преобладает емкостное сопротивление, при частоте выше резонансной - индуктивное. Таким образом, при изменении частоты питающего тока, изменяются величина и характер сопротивления контура, величина протекающего через него тока и фазовые соотношения между током напряжением.

Зависимость тока в контуре от частоты генератора называется **резонансной кривой (или амплитудно-частотной характеристикой – АЧХ)**. Форма резонансной кривой определяется добротностью контура, т.е. соотношением его активного и реактивного сопротивлений. На рис.4 приведены резонансные кривые двух контуров имеющих одинаковые емкости и индуктивности ($C_1=C_2$, $L_1=L_2$) но разные активные сопротивления, причем $R_2 > R_1$

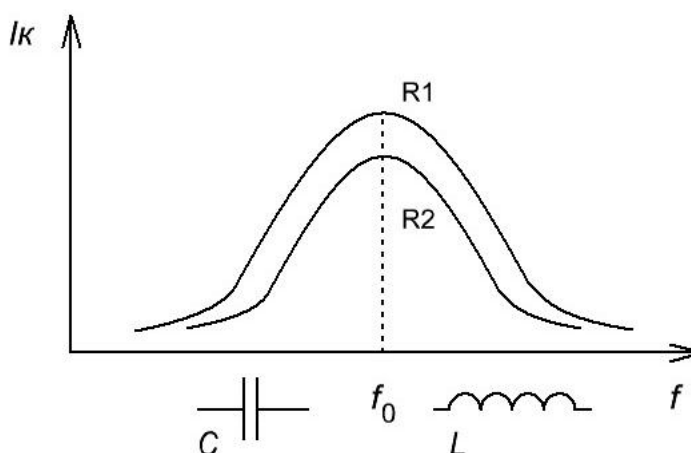


Рис.4 Резонансные кривые контуров с различными R .

На рис.5 Изображены резонансные кривые двух контуров, имеющих равные резонансные частоты ($f_{01}=f_{02}$) и равные активные сопротивления

($R_1=R_2$), но разные волновые сопротивления ($\rho_1>\rho_2$, $L_1>L_2$, $C_1<C_2$, но $L_1C_1=L_2C_2$).

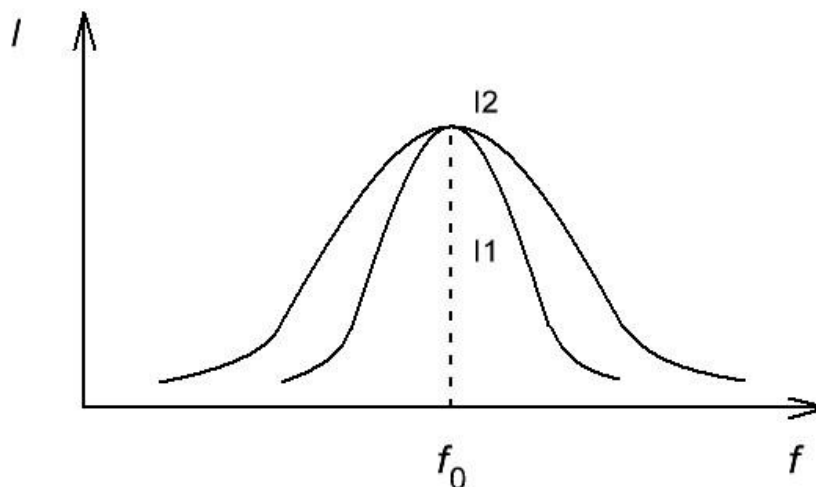


Рис.5 Резонансные кривые контура с разными волновыми сопротивлениями.

Первый контур образован большой индуктивностью и малой емкостью, а второй – малой индуктивностью и большой емкостью т.е. у них разная добротность, причем $Q_1>Q_2$.

При одинаковом изменении частоты генератора сопротивление (и ток) первого контура изменяются более резко, чем второго, и резонансная кривая получается более острой. Чем выше добротность контура, тем острее резонансная кривая.

Резонанс в контуре можно получить не только изменением частоты генератора, но и настройкой контура, т.е. изменением емкости или индуктивности.

Когда частота питающего генератора не равна собственной частоте контура, контур называют расстроенным. Разность $\Delta f=f_r-f_0$ называют абсолютной расстройкой.

Отношение абсолютной расстройки к собственной частоте контура, называют относительной расстройкой

$$\xi = \frac{\Delta f}{f_0} \quad (14)$$

При резонансе, относительная расстройка равна нулю.

Еще одним показателем контура является его **полоса пропускания П**.

Полосой пропускания контура называют полосу частот, в пределах которой ток в контуре уменьшается в $\sqrt{2}$ раз, по сравнению с током при резонансе.

В пределах полосы пропускания ток контура составляет не менее 0,707 от тока при резонансе (рис.6)

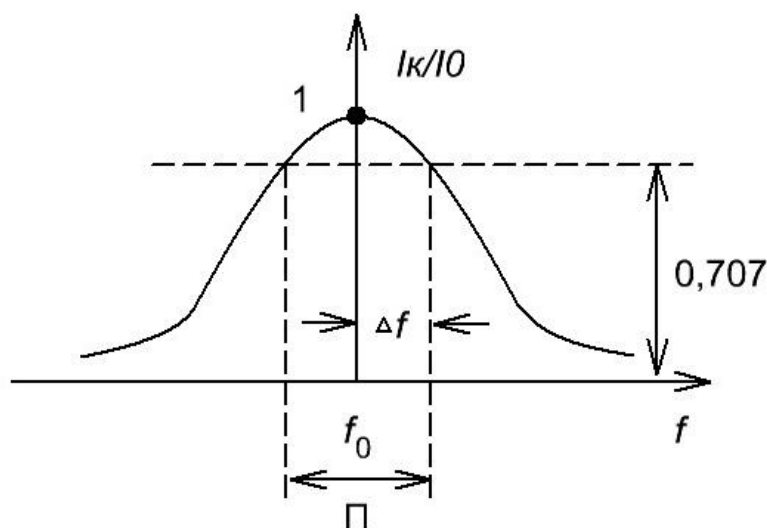


Рис.6 Полоса пропускания контура.

Ширина полосы пропускания зависит от резонансной частоты контура и его добротности.

$$\Pi = 2\Delta f = \frac{f_0}{Q} = f_0 d \quad (15)$$

Чем ниже добротность, тем «тупее» резонансная кривая и тем шире полоса пропускания.

2.3. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ LC КОНТУРЕ.

Контур состоит из двух ветвей с разным характером сопротивления (рис.7)

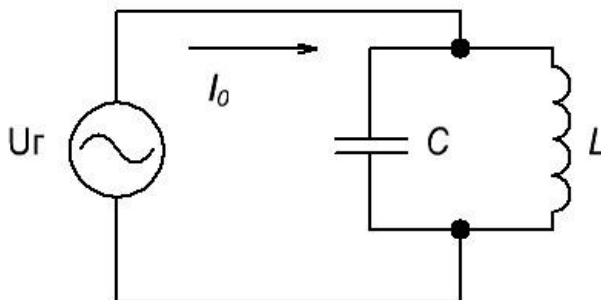


Рис.7 Параллельный контур в режиме вынужденных колебаний

Величина тока в каждой ветви зависит от частоты генератора. При частоте генератора ниже резонансной, в контуре преобладает индуктивное сопротивление, при частоте выше резонансной - емкостное.

На некоторой частоте $f_{рез}$ индуктивное сопротивление X_L становится равным емкостному сопротивлению X_C . Соответственно будут равны и токи через обе ветви. Наступает **резонанс токов** и сопротивление контура становится чисто активным.

Ток $I_C = \frac{U_\Gamma}{X_C} = U_\Gamma \omega C$ протекающий через конденсатор, опережает по фазе напряжение генератора на 90° , а ток $I_L = \frac{U_\Gamma}{X_L} = \frac{U_\Gamma}{\omega L}$ отстает от напряжения генератора на 90° .

Следовательно, в общей, неразветвленной цепи токи I_C и I_L сдвинуты между собой на 180° , т.е. оказываются противофазными. Результирующий ток I_0 в общей цепи равен разности этих токов. При резонансе этот ток будет равен нулю (если контур без потерь). Отсутствие тока в общей цепи объясняется следующим образом. После подключения генератора контур получает некоторое количество энергии и в нем начинается колебательный процесс на частоте генератора. Если расхода энергии в контуре нет, то в установившемся режиме колебательный процесс в контуре происходит без участия генератора. Следовательно, энергия от генератора в контур не поступает и ток в общей цепи равен нулю. Это означает, что сопротивление идеального параллельного контура при резонансе бесконечно велико. В реальном контуре часть энергии расходуется на нагрев и поэтому в общей цепи будет протекать некоторый активный ток I_0 , совпадающий по фазе с напряжением генератора. При этом от генератора отбирается активная мощность $P_\Gamma = U_\Gamma I_0$. Наличие в общей части цепи тока I_0 свидетельствует о том, что сопротивление реального контура при резонансе не бесконечно велико, а имеет определенное значение.

На основании закона сохранения энергии мощность, отдаваемая генератором и мощность, расходуемая на тепло в активном сопротивлении R контура равны

$$P_\Gamma = I_0^2 Z_{к\text{рез}}, \quad P_\Gamma = I_K^2 R,$$

где $Z_{к\text{рез}}$ - сопротивление контура при резонансе (входное сопротивление), I_K - ток внутри контура, R - активное сопротивление контура (сопротивление потерь).

Активное сопротивление контура в основном сосредоточено в индуктивной цепи. При напряжении U_Γ на выходе генератора имеем:

$$I_0 = \frac{U_\Gamma}{Z_{к\text{рез}}} \quad (16)$$

$$I_K = \frac{U_\Gamma}{R} \quad (17)$$

Приравняем мощность P_Γ и P_R :

$$P_\Gamma = I_0^2 Z_{к\text{рез}} = \frac{U_\Gamma^2}{Z_{к\text{рез}}^2} Z_{к\text{рез}} = P_R = I_K^2 R = \frac{U_\Gamma^2}{X_L^2} R \quad (18)$$

или

$$\frac{U_\Gamma^2}{Z_{к\text{рез}}^2} = \frac{U_\Gamma^2}{X_L^2} R \quad (19)$$

Отсюда

$$\frac{1}{Z_{к\text{рез}}^2} = \frac{R}{X_L^2} = \frac{R}{\omega_0^2 L^2} \quad (20)$$

или

$$Z_{к\text{рез}} = \frac{\omega_0^2 L^2}{R} = \frac{\rho^2}{R} \quad (21)$$

так как

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (22)$$

то

$$Z_{\text{к рез}} = \frac{\frac{L}{C}}{R} = \frac{L}{CR} \quad (23)$$

где $Z_{\text{к рез}}$ - резонансное сопротивление контура, в омах;

L - индуктивность в герцах;

C - емкость в фарадах;

R - активное сопротивление катушки в омах.

Резонансное сопротивление параллельного контура зависит от его добротности. Чем выше добротность, тем больше резонансное сопротивление. Это следует из выражения (23)

$$Z_{\text{к рез}} = \frac{\rho^2}{R} = \frac{\rho^2}{R^2} R = Q^2 R \quad (24)$$

Сопротивление параллельного контура с заданными значениями L и C зависит от частоты генератора и называется **амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)**.

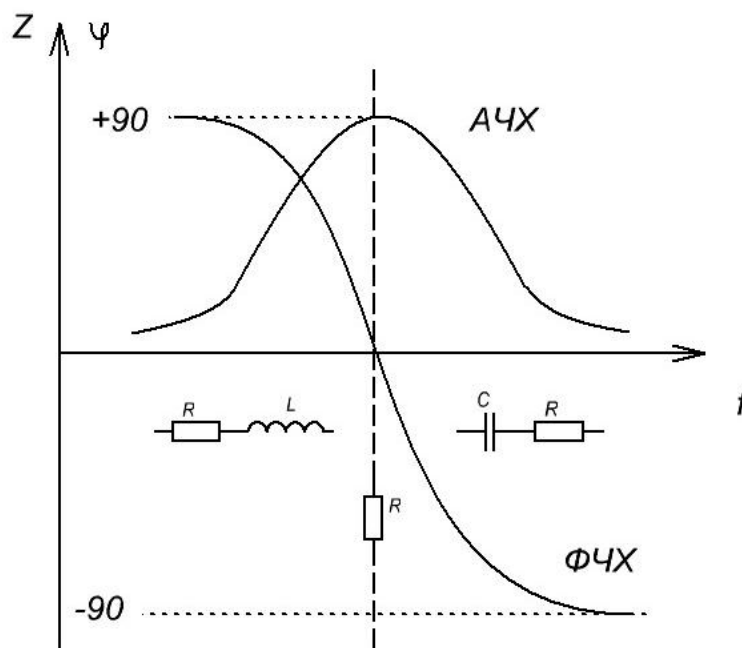


Рис. 8 АЧХ и ФЧХ параллельного контура.

На частоте резонанса сопротивление контура чисто активное, на частоте ниже резонансной - индуктивное, на частоте выше резонансной - емкостное. При изменении частоты генератора изменяется и фазовый сдвиг между напряжением генератора и током I_0 . Кривая, отражающая эту зависимость, называется **фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)**.

Полоса пропускания параллельного контура определяется, как и для последовательного контура, по уровню 0,707.

ЗАДАЧИ

1. Параллельный контур состоит из катушки $L=400$ мкГн и конденсатора $C = 400$ пФ. Амплитуда напряжений на контуре $U_m=100$ В. Определить волновое сопротивление ρ контура и амплитуду тока в нем.

Ответ: $\rho=1$ кОм, $I_m=0,1$ А

2. Параллельный колебательный контур имеет $L = 400$ мкГн, $C = 400$ пФ, $R = 10$ Ом. Напряжение генератора $U_g=100$ В. Определить резонансную частоту $f_{рез}$, резонансное сопротивление $Z_{к рез}$, ток цепи генератора I_0 .

Ответ: $f_0 = 400$ кГц, $Z_{крез} = 100$ кОм, $I_0 = 1$ мА.

3. К генератору с выходным напряжением 100В и частотой 400 кГц подключен последовательный колебательный контур с $C = 400$ пФ, $L = 400$ мкГн, $R = 10$ Ом. Определить напряжение на конденсаторе и на индуктивности при резонансе

Ответ: $U_C=U_L=10$ кВ.

4. Контур состоит из элементов $C = 400$ пФ, $L = 400$ мкГн, $R = 10$ Ом. Определить волновое сопротивление, добротность, полосу пропускания.

Ответ: $\rho = 1000$ Ом, $Q = 100$, $\Pi = 4$ кГц

5. Определить ток в контуре, ток в общей цепи и сопротивление контура при резонансе, при следующих исходных данных:

$C=400$ пф,

$L=400$ мкГц,

$R=10$ ом,

$U_g=100$ В.

Ответ: $I_K=I_C=I_L=0,1$ А, $I_0=1$ мА, $Z_{к рез}=100$ кОм

6. Имеются два контура с одинаковыми катушками и конденсаторами. Но у одного контура катушка намотана медным проводом, а другого посеребренным. Какой контур будет иметь более узкую полосу пропускания?

7. Имеется два совершенно одинаковых параллельных контура, параллельно которым включены резисторы R , причем $R_1 > R_2$. Какой контур будет иметь большую добротность.

8. Каким образом при сохранении неизменной резонансной частоты можно увеличить добротность контура:

а) Увеличивая индуктивность и уменьшая емкость

б) Увеличивая емкость и уменьшая индуктивность

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Колебательные контуры их применение и основные параметры?
2. Объяснить процессы, происходящие в свободном колебательном в LC контуре?
3. Объяснить процессы, происходящие в последовательном LC контуре?
4. Объяснить процессы, происходящие в параллельном LC контуре?
5. Привести схемы использования колебательных контуров?

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Общие сведения	3
2. Колебательные контуры	
2.1. Свободны колебания в LC контуре	5
2.2. Вынужденные колебания в последовательном LC контуре	7
2.3. Вынужденные колебания в параллельном LC контуре	10
Задачи	13
Контрольные вопросы	13